OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEŢEANĂ 10.03.2023

CLASA a VII-a

1. Tétel (7 pont)

Adott az $a=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+...+\frac{1}{n(n+1)}$, ahol $n \in N^*$.

a)Bizonyitsátok be, hogy $a<2$, bármely *n* nullától különböző természetes szám esetén.

b) Ha az $a=\frac{4047}{2024}$, akkor számitsátok ki az *n* értékét.

2. Tétel (7 pont)

Adott a következő szám: $b=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\sqrt{6}}+\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\sqrt{6}}$.

a) Számitsátok ki a *b* számot.

b) Számitsátok ki a $\sqrt{b^2+1}$ és $\sqrt{b^2-8}$ számok mértani középarányosát.

3. Tétel (7 pont)

Adott az *ABCD* derékszögű trapéz úgy, hogy $AB \parallel CD, \measuredangle A = \measuredangle D = 90°$, valamint $\measuredangle C = 45°$. Ha tudjuk, hogy a trapéz *BC* oldalának oldalfelezőmerőlegese az *AD* egyenest az *E* pontban metszi, akkor bizonyitsuk be, hogy az *AE* és *CD* szakaszok kongruensek.

4. Tétel (7 pont)

Adott az *ABCD* téglalap. A téglalap *BC* oldalán felvesszük az *M* pontot úgy, hogy $AM \cap CD = \{N\}$ és $DM \cap AB = \{P\}$.

a) Bizonyitsátok be, hogy $\Delta ABM \sim \Delta NCM$.

b) Mutassátok ki, hogy $AB^2 = BP \cdot CN$.

c) Ha a téglalap hosszúsága háromszor annyi mint a szélessége, akkor határozzátok meg a téglalapból kivágható négyzetek maximális számát, ha tudjuk, hogy ezeknek a négyzeteknek az oldala a téglalap szélességének az egyharmadával egyenlő.

Subiectele au fost - propuse de prof. Paula Balica - Şcoala Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca
prof. Ioan Balica - Şcoala Ioan Bob Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.
Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!